



“Nach meiner jetzigen Berechnung werde ich wohl noch fünf Jahre brauchen, um meine Beschäftigung hier zu einem guten Ende zu führen. Aber in diesen fünf Jahren werden hoffentlich mehrere Frauen so weit sein, um meine Stellung einzunehmen, und ich selbst könnte dann anderen Eingebungen meiner Zigeunernatur folgen.”

SOFIA KOVALEVSKAYA, 1884

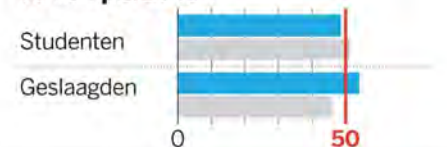
Aantal leden van de KNAW anno 2015

	M	V
wiskunde	24	0

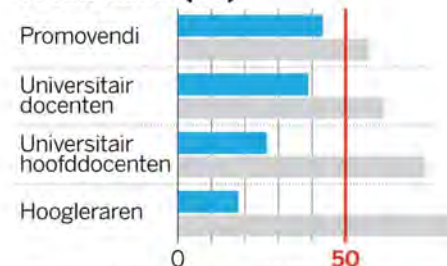
VROUWEN OP UNIVERSITEIT

■ Vrouwen ■ Mannen

% van personen



% van banen (fte)



110117 © de Volkskrant - Bron: LNVH, 2015



7 x 3 x 6

Sophie
Sofia Sofie
Sofya
Sonia
Sonya Sonja

von
de

Kovalevskaya
Kovalevskaja
Kowalewskaia
Kowalewski
Kowalevsky
Kowalevskaja

Indeling

- 1850-1870 Introductie en jonge jaren
- 1870-1874 Promotietijd bij Weierstrass
stelling van Cauchy-Kovalevskaya
- 1883-1888 Professor in Stockholm en Prix Bordin
de Kovalevskaya tol
- 1891- Over de dood

Sofia Krukovskaya

Korvin-Krukovsky



Colonel Vasili



Elizaveta

Fedor
Korvin-Krukovsky



* 15 jan. 1850

Aniuta
Korvin-Krukovsky



- 1858 van Moskou naar Polibino
- analyseboek van Ostrogradsky als behang
- vader regelt privé onderwijs



Sofia Kovalevskaya



Feodor Dostoevski



Vladimir Kovalevsky



1868





Kowalevsky en Weierstrass



SOPHIE v. KOWALEVSKY
GEB. v. CORVIN-KRUKOVSKOY.

Cauchy-Kovalevskaya

- Hoofdstelling van de algebra
- Oplossingen van gewone differentiaalvergelijkingen
- Oplossingen van partiële differentiaalvergelijkingen

Hoofdstelling algebra

$$x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots a_1x + a_0 = 0$$

x reëel $\rightarrow$ maximaal n oplossingen

x complex $\rightarrow$ precies n oplossingen

$\mathbb{C}$ bouwstenen voor algebraïsche vergelijkingen

Analytische complexe functies

1x complex differentieerbaar $\rightarrow$ oneindig vaak

Taylorreeks is convergent en gelijk aan de functie

bouwstenen voor differentiaalvergelijkingen (DV)

Analytische DV met analytische beginwaarde heeft een unieke analytische oplossing

Voorbeeld

$$u'(x) = u(x), u(0) = 1$$

Machtreeks $u(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$

$$\sum_{n=0}^{\infty} n a_n x^{n-1} = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$$

Recursie $(n+1)a_{n+1} = a_n, \quad a_0 = 1$

Oplossing $a_n = \frac{1}{n!} \rightarrow u(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$

Convergentie

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$$

$$x = 1 \rightarrow e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} = 1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} \dots$$
$$< 1 + \underbrace{\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 2} + \dots \right)}$$

Meetkundige reeks $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 2$

Een meetkundige reeks majoreert de gegeven reeks

Samenvatting methode Cauchy 1842

- Oplossing DV is formele machtreeks
- Aantonen dat recursie werkt
- Aantonen dat oplossing convergeert: majoranten
- Werkt ook voor 1^e orde PDV's voor $u(t, x, y)$ bijv.

$$\partial_t u = u \partial_x u + (x - y) \partial_y u - y^2 t \cdot u + x$$

Beginwaarde $u(0, x, y) = u_0(x, y)$

Bijdrage van Kovalevskaya 1874

Ze wist niets van het werk van Cauchy!

Gebruikt soortgelijke methode van Weierstrass.

Herontdekt methode van Cauchy.

Gaat naar hogere orde PDV's

Bijdrage van Kovalevskaya

Tegenvoorbeeld:

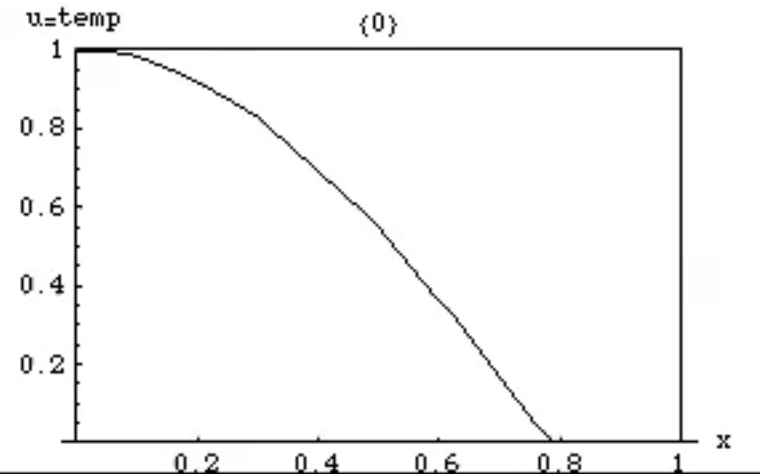
$$u_t = u_{xx}$$

$$u(0, x) = \frac{1}{1-x} = \sum_{m=0}^{\infty} x^m \text{ convergent rond } x :$$

Oplossing:

$$u(t, x) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(m+2n)!}{m! n!} x^m t^n$$

$$u(t, 0) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n)!}{n!} t^n \text{ divergent!}$$



Daarna gaf ze voorwaarden voor wél een analytische oplossing.

Bijdrage van Kovalevskaya

- §1 PDV's van orde 1, majorantenmethode
- §2 Hogere orde PDV's: normaalvorm
Hoogste orde term is pure afgeleide $\partial_t^m u$
→ systeem van PDV's van orde 1
- §3 Je kunt **elke** PDV in normaalvorm brengen
(maar misschien niet voor $t..$)

Kowalevsky en Weierstrass



— Sie werden zugeben, daß ein Student, der sich mit derartigen Untersuchungen *ganz selbstständig* beschäftigt, nicht eine gewöhnliche Erscheinung ist.

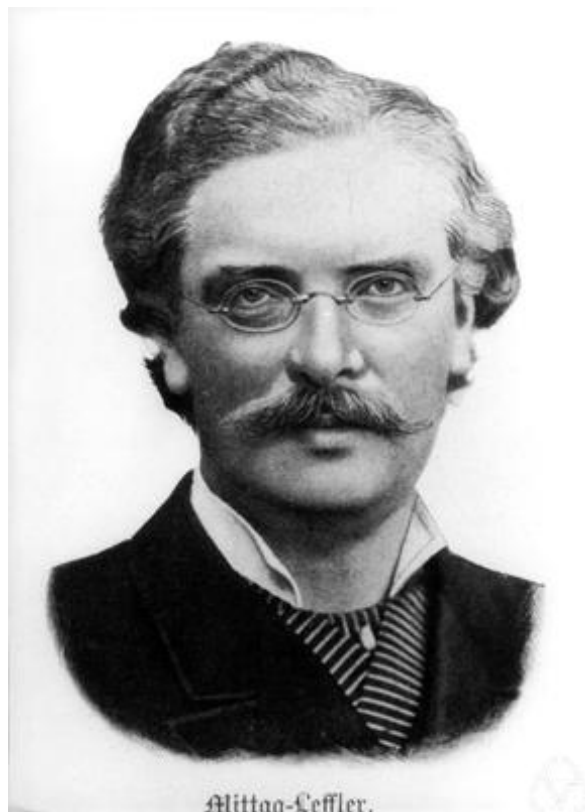
Weierstraß.







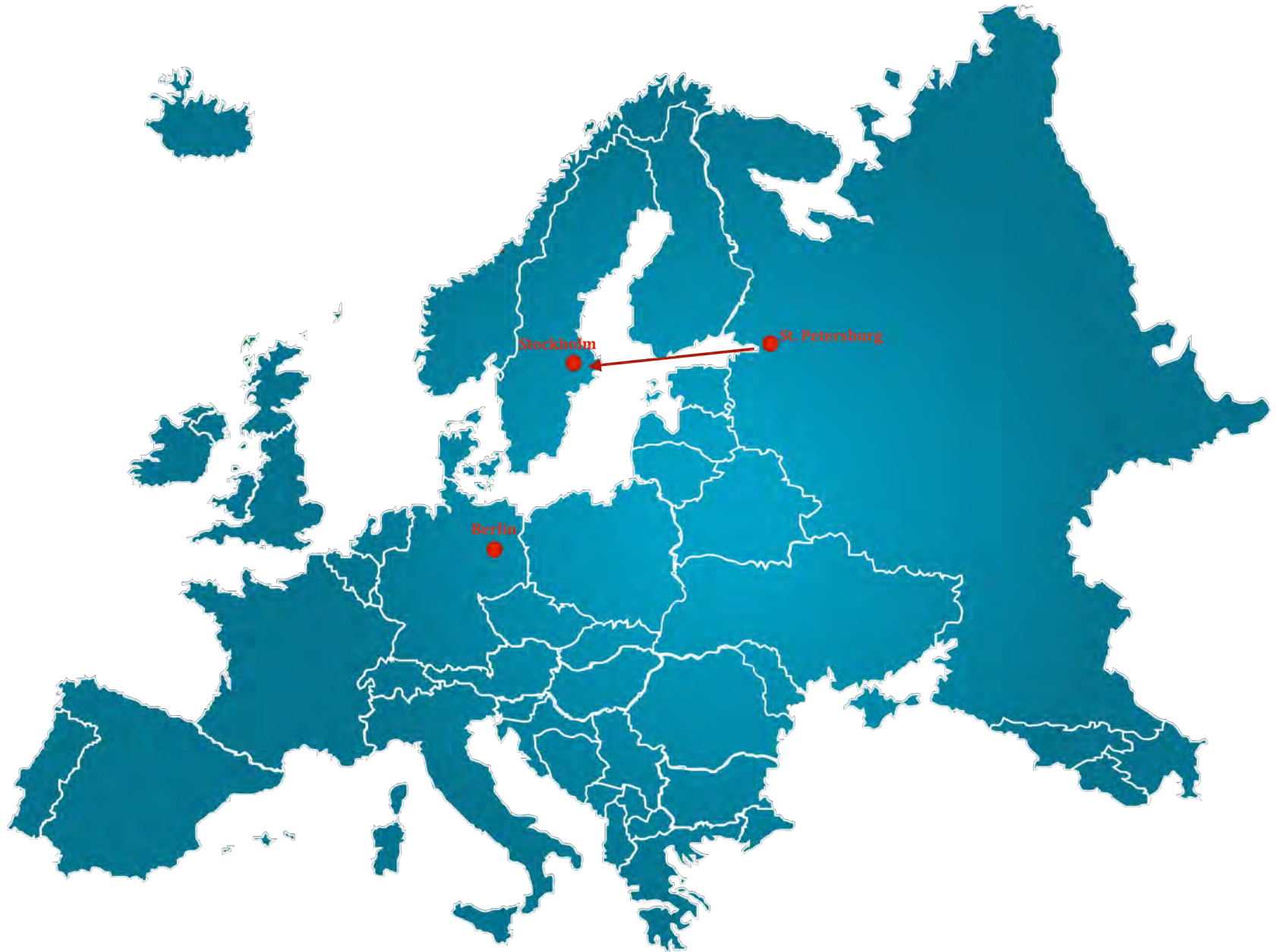
Gösta Mittag-Leffler



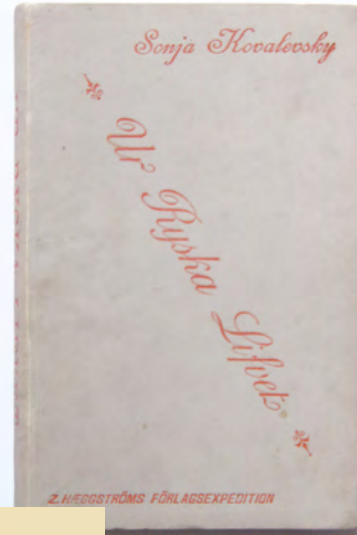
Sofia



Sonja



Sofia de schrijfster



Starre lichamen met een vast punt



Er bestaat een analytische oplossing v/e analytische DV..
maar hoe vind je 'm?

De methode van Cauchy-Kovalevskaya is niet erg praktisch

Le problème de la rotation d'un corps solide pesant autour d'un point fixe peut se ramener, comme on sait, à l'intégration du système d'équations différentielles suivant:

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & A \frac{dp}{dt} = (B - C)qr + Mg(y_0 r'' - z_0 r'), & \frac{d\gamma}{dt} &= r\gamma' - q\gamma'', \\
 & B \frac{dq}{dt} = (C - A)rp + Mg(z_0 r - x_0 r''), & \frac{d\gamma'}{dt} &= p\gamma'' - r\gamma, \\
 & C \frac{dr}{dt} = (A - B)pq + Mg(x_0 r' - y_0 r), & \frac{d\gamma''}{dt} &= q\gamma - p\gamma'.
 \end{aligned}$$



$$\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \gamma \\ \gamma' \\ \gamma'' \end{pmatrix}$$

Het geval van Euler

- Euler (1758): geen krachten op het lichaam



- DV in termen van 3 traagheidsmomenten A , B , C
- Behouden grootheden leiden tot oplossing
- Oplossing in termen van elliptische functies

Het geval van Lagrange

- Lagrange (± 1788): symmetrie $A=B$, zwaartekracht met zwaartepunt op symmetrie-as

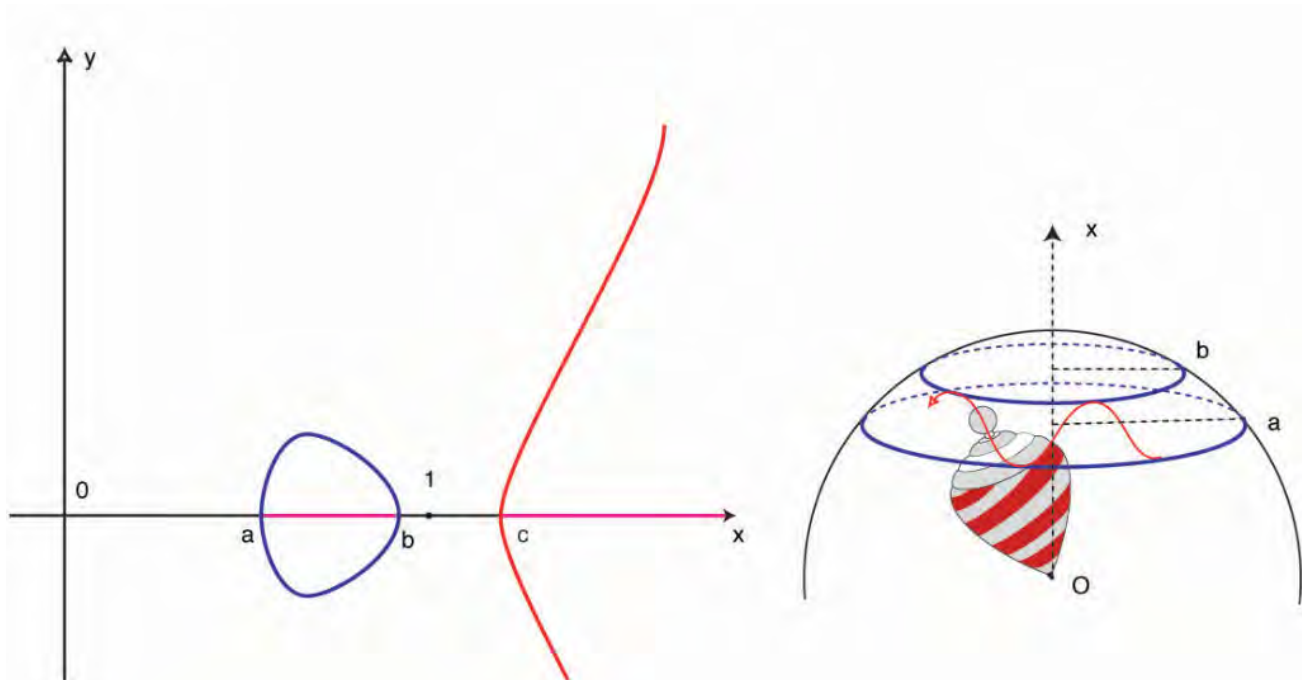


- wederom behouden grootheden, elliptische functies

Exact oplosbare starre lichamen

$x(t) = \gamma''$ hoogte van de top van de tol

$x'(t)^2 = P(x)$ veelterm van graad 3



Courbe d'équation $y^2 = P(x)$

Exact oplosbare starre lichamen

- 1855 & 1858 prijs van de Pruissische wetenschappelijke academie
- Die “Mathematische Nixe”

SUR LE PROBLÈME DE LA ROTATION
D'UN CORPS SOLIDE AUTOUR D'UN POINT FIXE ¹

PAR
 DE
SOPHIE KOWALEVSKI
à STOCKHOLM.

¹ Ce mémoire est le résumé d'un travail auquel l'Académie des Sciences de Paris, dans sa séance solennelle du 24 décembre 1888, a décerné le prix Bordin élevé de 3000 à 5000 francs.

Bijdrage van Kovalevskaya

- Algemene A, B, C met zwaartekracht
- Niet op zoek naar behouden grootheden
- Welke combinatie A, B, C leidt tot DV met *meromorfe* oplossingen
- Alleen als $A = B = 2C$

$$p = t^{-n_1}(p_0 + p_1 t + p_2 t^2 + \dots),$$

$$q = t^{-n_2}(q_0 + q_1 t + q_2 t^2 + \dots),$$

$$r = t^{-n_3}(r_0 + r_1 t + r_2 t^2 + \dots),$$

$$\gamma = t^{-m_1}(f_0 + f_1 t + f_2 t^2 + \dots),$$

$$\gamma' = t^{-m_2}(g_0 + g_1 t + g_2 t^2 + \dots),$$

$$\gamma'' = t^{-m_3}(h_0 + h_1 t + h_2 t^2 + \dots),$$

$$\begin{aligned} & -G_2^2 G_4^2 G_5^2 V_1^2 V_3^2 + (G_4^2 G_4^2 (G_2^2 G_4^2 - G_2^2 G_4^2) - G_2^2 G_4^2 (G_2^2 G_4^2 + G_2^2 G_4^2)) V_5^2 V_3^2 V_1^2 - G_4^2 G_4^2 (G_2^2 G_4^2 + G_2^2 G_4^2) V_1^2 V_3^2 V_5^2 - G_4^2 G_2^2 G_2^2 G_4^2 V_5^2 V_1^2 \\ & + G_2^2 G_2^2 G_4^2 V_5^2 V_1^2 - G_4^2 G_2^2 G_4^2 G_2^2 V_5^2 V_3^2 - G_4^2 G_2^2 (G_2^2 G_4^2 - G_2^2 G_4^2) V_5^2 V_1^2 V_3^2 - G_4^2 G_2^2 G_4^2 V_5^2 V_3^2 - G_2^2 G_2^2 V_1^2 V_3^2 \\ & \underline{G_2^2 G_2^2 G_4^2 G_2^2 V_5^2 V_3^2 V_1^2 V_3^2} = -G_2^2 G_2^2 G_4^2 V_5^2 V_3^2 + G_4^2 G_2^2 G_4^2 V_5^2 V_3^2 + G_2^2 G_2^2 G_4^2 V_5^2 V_3^2 - G_2^2 G_2^2 G_4^2 V_5^2 V_3^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{12} c_3^2 (c_1^2 c_2^2 + c_5^2 c_2^2) v_5^2 v_3^2 + (c_5^2 c_4^2 (c_1^2 c_4^2 + c_2^2 c_4^2) + c_4^2 (c_1^2 c_4^2 - c_2^2 c_4^2)) v_5^2 v_3^2 + c_4^2 c_1^2 c_2^2 c_3^2 v_5^2 v_3^2 + c_4^2 c_2^2 c_3^2 c_5^2 v_5^2 v_3^2 \\
& + c_5^2 c_2^2 c_4^2 v_5^2 v_3^2 + c_2^2 c_4^2 (c_1^2 c_4^2 + c_5^2 c_4^2) v_5^2 v_3^2 + c_4^2 c_1^2 c_2^2 c_3^2 v_5^2 v_3^2 + c_4^2 c_2^2 c_1^2 c_5^2 v_5^2 v_3^2 + c_4^2 c_2^2 c_4^2 c_1^2 v_5^2 v_3^2 \\
& + c_5^2 c_2^2 c_4^2 c_1^2 v_5^2 v_3^2 = -c_1^2 c_2^2 c_4^2 c_2^2 v_5^2 v_3^2 + c_1^2 c_2^2 c_4^2 v_5^2 v_3^2 + c_5^2 c_2^2 c_2^2 c_4^2 v_5^2 v_3^2 + c_1^2 c_2^2 c_4^2 c_2^2 v_5^2 v_3^2
\end{aligned}$$

[illegible]

Technische Informationsbibliothek

<https://av.tib.eu/media/9456>



eindelijk serieus genomen door de hele
wiskundige gemeenschap.. tijd voor ontspanning





**I remember her ideas,
by André Weil, 1983**



She had the distinction of being a “two-idea” mathematician. Many mathematicians, including even some well-known ones, have one good idea (which is of course better than having none), after which the rest of their work consists in elaborating upon it or trivially extending it. Look at Mittag-Leffler. In contrast, Kovalevskaya had the idea which led her (independently from Cauchy) to the so-called Cauchy–Kovalevskaya Theorem, and then, ten years later, the idea leading to her solution of the problem of the Kovalevskaya top. ⁽⁶⁹⁾